

TEODOLITO: UMA FORMA DE TRABALHAR AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NA PRÁTICA

Carlos Henrique Rocha Dopp¹

Resumo

Este artigo relata a pesquisa realizada como Trabalho de Conclusão do Curso (TCC) do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Faculdade de Administração e Artes de Limeira (FAAL), durante a qual foram desenvolvidas atividades em sala de aula com alunos do 2º ano do Ensino Médio (EM), de uma escola pública do Estado de São Paulo. Diante da dificuldade apresentada pelos alunos em compreender as razões trigonométricas por meio de aulas tradicionais, baseadas somente no uso de giz e lousa, e atividades de fixação, optou-se por uma abordagem diferenciada, na qual se decidiu construir, junto aos alunos, teodolitos que seriam utilizados para medir alturas. A intenção era mostrar aplicações do conteúdo tratado para incentivar os alunos. Partimos do teórico para o campo da prática, utilizando materiais concretos de baixo custo e tendo em vista a melhora na aprendizagem dos alunos que, desta forma, puderam atribuir significado real aos conceitos em estudo.

Palavras-chave: Matemática. Materiais Concretos. Estratégia de Aprendizagem. Materiais Manipuláveis.

Abstract

This article describes the research conducted as of completion of course Work (TCC) of Full degree course in mathematics of the Faculty of Administration and art of Limeira (FAAL), during which activities were developed in the classroom with students of 2nd year of high school, a school publishes the State of São Paulo. Faced with the difficulty presented by the students in understanding the trigonometric ratios through traditional classrooms, based only on the use of chalk and slate, and activities of attachment, we opted for a differentiated approach, in which it decided to build, along with students, theodolite which would be used to measure heights. The intention was to show content applications handled to encourage students. We start from the theoretical to the practical field, mainly using concrete materials of low cost and with a view to an improvement in students' learning that, in this way, they could assign more meaning to the concepts studied.

Key words: Mathematics. Concrete Materials. Learning Strategy. Manipulable.

¹Graduado em Matemática pela Faculdade de Administração e Artes de Limeira – FAAL. Contato: elvesaaronp@yahoo.com.br

Introdução

Ao trabalhar com os alunos do 2º ano do Ensino Médio (EM), de uma escola da rede pública do Estado de São Paulo, percebi uma grande dificuldade dos alunos em entender os conceitos e aplicações da trigonometria na disciplina de Matemática. Ao procurar saber o motivo de tantas dificuldades, eles relataram que não tiveram professores específicos de Matemática desde o ano anterior, e a presença de professores eventuais reforçou o fato de não conseguirem alcançar os objetivos propostos que são as localizações de seus ângulos, assim como seno, cosseno e tangente suas fórmulas e funções.

Percebi, então, que uma alternativa seria trabalhar com materiais concretos para facilitar o aprendizado dos alunos. Preparei uma aula para que eles pudessem vivenciar uma aplicação prática do que estavam estudando na teoria.

Esperava, com essa aula, possibilitar um significado real do conteúdo estudado pelos alunos e, ao mesmo tempo, ter uma oportunidade de refletir sobre minha própria prática de professor iniciante. A pesquisa da própria prática é caracterizada por Lytle e Cochran-Smith (1999, *apud* FIORENTINI; MIORIM, 2001), “como um estudo sistemático e intencionado dos professores sobre seu próprio trabalho na sala de aula e na escola.” (p.35)

Nesse sentido esses autores, explicam que uma investigação sobre a própria prática, para ser considerada pesquisa, precisa basicamente atender a dois requisitos básicos: ser um estudo sistemático e intencionado, e explicam estes dois conceitos:

Como sistemático, nos referimos fundamentalmente a formas ordenadas de reunir e registrar informações, documentar as experiências que acontecem dentro ou fora da aula e criar uma espécie de registro escrito. [...] Com intencionado indicamos que a investigação dos professores é uma atividade planejada, isto é, não espontânea (LYTLE; COCHRAN-SMITH, 1999, *apud* FIORENTINI e MIORIM, 2001, p.35).

Para tornar esse estudo sistemático e intencional, foram utilizados como instrumentos de análise os registros efetuados em um diário de campo e as produções dos alunos, coletadas durante as atividades realizadas no segundo semestre letivo de 2011. Período esse que ocorreu entre os meses de Setembro e Outubro. Além disso, após a aula prática foram coletados depoimentos dos alunos sobre o uso do material, com o objetivo de obter a opinião deles como dados para análise em comprovação da hipótese levantada a respeito do potencial do uso do material concreto para promover uma aprendizagem significativamente real.

Materiais concretos em sala de aula

As instituições escolares estão inseridas em um processo social de rápidas e constantes mudanças, neste sentido o conhecimento e o desempenho matemático tornam-se uma exigência cada vez maior em uma sociedade marcada pela complexidade das relações sociais, econômicas e tecnológicas, fazendo com que o professor inserido neste contexto seja levado a repensar a sua prática, e a buscar novos elementos para seu fazer

pedagógico, visando alcançar resultados mais satisfatórios em termos de aprendizagem de seus alunos. Como afirma Schneider (2007):

cabe então descobrir novos jeitos de trabalhar com a matemática, de modo que as pessoas percebam que pensamos matematicamente o tempo todo, resolvemos problemas durante vários momentos do dia e somos convidados a pensar de forma lógica cotidianamente. A matemática, portando, faz parte da vida e pode ser aprendida de uma maneira dinâmica e divertida.

Há que se considerar que nos últimos anos parece haver um discurso bastante evidente sobre a importância de se trabalhar com o concreto para ensinar Matemática, utilizando materiais concretos para que o aluno possa significar os conceitos através da prática, possibilitando assim uma aula com maior participação e envolvimento dos alunos.

Reys (1971, *apud* MATTOS; SERRAZINA, 1996), define materiais manipuláveis como “[...] objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que tem aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma idéia” (p. 193).

Nessa mesma linha de pensamento Nacarato (2005) defende que a Educação deveria começar pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações. Não pretendemos encontrar nos materiais concretos, a “fórmula mágica” para os problemas que enfrentam no dia-a-dia para se ensinar a Matemática, mas trazer uma reflexão baseada na experiência vivenciada como professor de dessa disciplina.

Apoiado em Turrioni (2004), Januário (2006), afirma que.

Se utilizado corretamente em sala de aula, com intenção e objetivo, o material manipulável pode tornar-se um grande parceiro do professor, auxiliando no ensino e contribuindo para que o aluno tenha uma aprendizagem significativa, mesmo porque ele “exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental e é excelente para auxiliar ao na construção de seus conhecimentos”.

O professor precisa ter clareza dos objetivos pelas quais os materiais concretos são importantes para o ensino-aprendizagem da Matemática e em que momento deve ser utilizado. Subjacente ao material é preciso que haja uma proposta pedagógica, pois o uso pelo o uso, do material concreto, provavelmente não levará à aprendizagem significativa.

Reys (1971), *apud* Matos e Serrazina (1996), definiu alguns critérios para selecionar bons materiais manipuláveis:

- os materiais devem proporcionar uma verdadeira personificação do conceito matemático ou das idéias a serem exploradas;
- os materiais devem representar claramente o conceito matemático;
- os materiais devem ser motivadores;
- os materiais, se possível, devem ser apropriados para usar, quer em diferentes anos de escolaridade, que em diferentes níveis de formação de conceitos;
- os materiais devem proporcionar uma base para a abstração;

- os materiais devem proporcionar manipulação individual.

Aprendendo trigonometria na prática

A proposta inicial era de que os alunos deveriam construir um teodolito e, em seguida, utilizá-lo para medir alturas e distâncias que quisessem encontrar por meio de seus respectivos ângulos de visada.

Antes de aplicar a atividade prática, conversamos sobre a origem do teodolito. Iniciei comentando e em que período ele surgiu e quem o inventou; falei ainda de sua extrema importância nos dias de hoje. A seguir resgatei um pouco desta história que foi apresentada aos alunos, fruto de várias consultas a *sites* e materiais impressos. Após esta conversa, apliquei os passos de construção do teodolito, descritos também no próximo tópico.

O teodolito

Através dos séculos foram utilizados objetos para a realização e levantamentos de medidas². Os babilônios e os egípcios no ano de 3.000 a. C. utilizavam a corda como instrumento para medir distâncias.

Jonathan Sisson construiu o primeiro teodolito contendo quatro parafusos niveladores, apesar de sua invenção ser atribuída a Ignácio Porro, inventor de instrumentos óticos, em 1835. Na verdade seu invento foi o taquímetro autorredutor, um instrumento que possuía os mesmos elementos do teodolito, mas com um dispositivo ótico. Porro foi um dos inúmeros inventores que contribuíram para o aprimoramento do teodolito, cujo princípio de funcionamento já era conhecido há muito.

Ao longo dos anos o teodolito foi sendo transformado e a ele agregados sistemas e mecanismos que o tornaram mais preciso em suas medições. Resumindo, o teodolito é um instrumento óptico utilizado na Topografia e na Agrimensura para realizar medidas de ângulos verticais e horizontais, usado em redes de triangulação. Basicamente é um telescópio com movimentos graduados na vertical e na horizontal, e montado sobre um tripé, podendo possuir ou não uma bússola incorporada.

Materiais necessários para a construção

- Pote redondo com tampa (o pote deve possuir movimento circular fixado à tampa).
- Canudo oco em formato cilíndrico reto (o buraco interno deve ter o diâmetro de forma que seja possível visualizar o outro lado).
- O desenho de um transferidor (com os ângulos estejam dispostos num círculo de diâmetro maior que o pote) que será confeccionado pelos alunos.
- Madeira ou papelão que caiba a imagem do transferidor.
- Cola.
- Arame de comprimento maior que o diâmetro do transferidor.
- Trena.

O processo de construção e utilização do teodolito

Como já mencionado, o material utilizado foi de baixo custo, possibilitando que todos os alunos tivessem acesso ao material a ser usado. Para construir o teodolito os

² As referências destes estudos podem ser encontradas em:

http://www.mast.br/multimedia_instrumentos/teodolito_historico.html

alunos foram divididos em grupos de seis alunos, em que cada um ficou responsável por trazer algum tipo de material, não sobrecarregando apenas um aluno. Primeiramente colamos o *xerox* do transferidor na base e em seguida a tampa do pote, depois passamos o arame no pote próximo a tampa e por último colamos o tubo na mesma direção do arame.

Ao término da construção do teodolito em grupo, os alunos foram orientados a explorar bem o material antes de iniciar as atividades. Orientei os alunos como e de que forma o material seria utilizado, instigando-os a realizarem a aula prática. Comentei que usaríamos a tabela trigonométrica e a calculadora científica para o desenvolvimento da atividade, pois precisaríamos de uma de suas funções para calcular os valores dos ângulos.

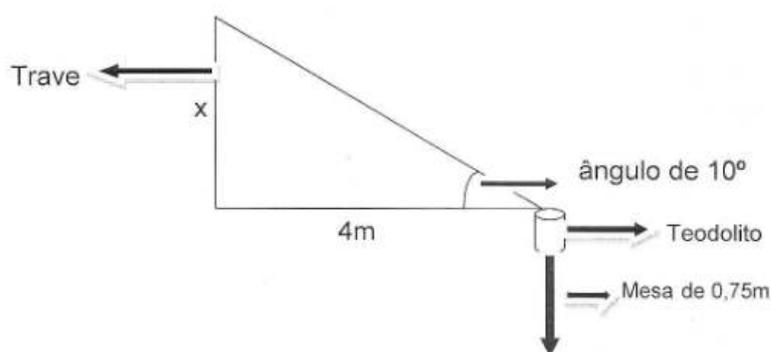
Porém, nem todos haviam trazido o material solicitado, houve grupos que alegaram que não tinham acesso à *internet* para imprimir a tabela trigonométrica ou mesmo uma calculadora científica, por outro lado houve grupos que me perguntaram se podiam usar o celular, pois alguns celulares possuem calculadora científica. Perguntaram, ainda, se não haveria problema, pois como é proibido o uso de celular na escola eles ficaram preocupados; portanto, era o único meio que eles tinham para resolver as atividades, portanto permiti.

Em uma das aulas, seguimos para o pátio da Escola, para colocarmos em prática o que foi aprendido e construído em sala de aula. Os alunos deveriam escolher algo para medir e descobrir sua altura, a partir da medida do ângulo de visada e da distância do ponto de vista até o objeto. Podia-se também calcular a distância do ponto de visão ao objeto, cuja altura fosse conhecida.

Houve medições desde a altura do telhado da quadra até a altura da trave do gol, como ilustrado a seguir, a partir de um dos trabalhos entregues por um dos grupos.

Parte Prática.

Na parte prática, trabalhamos na montagem de um instrumento que mede a altura de um objeto a partir do ângulo equivalente a sua posição e a dele que conseguimos obter olhando por dentro de um tubo colado em um pote (pequeno e redondo, no qual a tampa não pode ser de rosca), que também era colado em um Xerox de um transferidor preso a um pedaço de papelão. Com ele medimos a altura da trave de futsal da seguinte forma:



$$\text{Tag } 10^\circ = \frac{x}{4} \quad | \quad 0,34 = \frac{x}{4} \quad | \quad x = 4 \cdot 0,34 \quad | \quad x = 1,36 + 0,75$$

Para que eles pudessem realizar os cálculos, estive sempre presente esclarecendo as dúvidas, questionamentos e fornecendo dados aos alunos, como o valor de seno, cosseno e tangente para que eles pudessem resolver os problemas sugeridos.

Por falta de material adequado como calculadora e a tabela trigonométrica, precisei atender quando solicitado para fornecer os dados referentes aos ângulos encontrados pelos grupos, utilizando minha própria calculadora e a tabela constante no livro didático. O ideal seria que cada aluno tivesse o seu material para consultar com autonomia essas informações, mas fizemos o possível, dentro dos recursos de que dispúnhamos, para que tudo desse certo.

No início houve um pequeno desconforto entre os grupos, pois quando era encontrado um ângulo não notável (30°, 45° e 60°) todos queriam saber ao mesmo tempo os valores. Para que esse momento não se estendesse mais, organizei os grupos e fui orientando um por vez e passando os valores solicitados, assim acabei acompanhando grupo por grupo.

A seguir relatarei em detalhes outro episódio dessa aula, ocorrido em um dos grupos que acompanhei, para que se possa compreender passo a passo o processo utilizado pelos alunos. Este grupo decidiu medir a altura da parede da cantina e sua ação se deu da seguinte forma:

Primeiramente eles colocaram o teodolito sobre uma mesa, que por sua vez possui uma altura de 0,74m. Giraram a tampa onde se encontra o tubo da caneta até encontrar a junção da parede junto ao teto e anotaram o ângulo encontrado. Neste caso o ângulo era de 30° graus. Os alunos mediram então a distância da mesa até a parede, que foi de 3,88m.

A partir desses dados foi possível então descobrir a altura da parede. Representando Y como a altura da mesa, o X será a altura encontrada a partir da altura da mesa e Z a altura total da parede. Os alunos usaram os seguintes cálculos para descobrir a altura da parede a partir da altura da mesa:

$$\text{Tg } 30^\circ = 0,57 = \frac{X}{3,88} \rightarrow X = 0,57 \cdot 3,88 \rightarrow X = 2,2116$$

A partir daí, para saber o tamanho real da parede da cantina fizeram:

$$Z = X + Y, \text{ portanto } Z = 2,21 + 0,74 = 3\text{m (aproximadamente)}$$

Eles chegaram então, à conclusão de que a parede da cantina mede aproximadamente 3m.

O Olhar dos alunos para a atividade realizada

Apresento a seguir alguns relatos dos alunos que me motivaram a sempre estar refletindo minha prática e procurar fazer uma aula diferenciada para uma aprendizagem mais significativa a eles.

A aluna Caroline ³ comenta que:

[...] com todas as experiências que fizemos prefiro a aula prática por que com ela tive uma melhor compreensão da matéria, entendendo melhor, além de sair um pouco da rotina, fazendo algo diferente e interessante.⁴

Como é possível observar, Caroline expressa com nítida clareza que ao vivenciar a prática o que foi aprendido na teoria pode atribuir mais significado aos conceitos aprendidos, contribuindo desta forma com seu aprendizado.

A aluna Jéssica diz:

[...] eu achei mais fácil participar do exercício do que apenas responder. Eu só consegui responder e entender quando respondi na prática.

Jéssica relata suas dificuldades em entender apenas a partir da teoria e exercícios de “fixação”, e aponta que se inserida em uma atividade prática conseguiu compreender com mais clareza o que era abordado em teoria a eles.

O aluno José afirma:

Posso dizer que na aula prática é mais fácil a aprendizagem, porque pude aprender a medir distância, altura através da construção de um teodolito objeto usado e criado há muito tempo.

Pode-se perceber, pelo relato de José, que houve um grande interesse de não só compreender a matéria, mas também entender um pouco da História da Matemática e como isso trouxe significado a sua aprendizagem.

O aluno Wiliam comenta:

Eu gostei de fazer a aula prática porque a aprendizagem é melhor do que a teórica, temos mais noção do que estamos fazendo. E assim da mais motivação para aprender. [...]

Wiliam enfatiza que com a aula prática se tem um melhor aproveitamento, além de trazer mais motivação em aprender, e assim poder atribuir significado a matemática.

O aluno Adriano confessa:

[...] para ser bem sincero, gostei mais da parte teórica, já que não tínhamos problemas para calcular algo, na prática, 1º a mais ou 1º a menos faz toda a diferença, e pra gente conseguir chegar ao ângulo certo, foi um sacrifício e na hora me causou várias dúvidas, o que não me ocorreu na aula teórica.

Adriano acha mais fácil a aula teórica, alegando que os exercícios propostos já vêm com os dados e é mais fácil calcular. Ele reclama que na prática precisou encontrar os valores para resolver os cálculos, e isso gerou dúvidas sobre como, por exemplo, às vezes

³ Os nomes dos sujeitos foram alterados para resguardar a identidade.

⁴ Os depoimentos foram transcritos a partir de registros em diário de bordo para que pudesse proceder aos recortes de episódios significativos para essa análise.

dava diferenças de graus em seu ângulo de visada, em comparação com os resultados obtidos por seus colegas do grupo.

Para ele, na aula teórica não surgiam dúvidas, pois os dados estavam claros e era só resolver. Portanto, a importância de vivenciar uma aula prática está justamente na aproximação do real que essa situação permite. Apesar de se sentir confortável com a aula teórica ele encontra dificuldades com a prática.

Considerações Finais

A importância da aula prática não foi discutida no momento, com os alunos, mas agora, analisando a situação, percebo o valor dessa vivência para que os alunos compreendam que a prática exige muito mais cuidados, e que estes não são ensinados nos livros. Quando ensinamos apenas baseados em problemas presentes nos livros, dificilmente estamos aproximando de situações reais da vida.

A experiência aqui relatada despertou em mim uma satisfação pessoal e profissional e fez com que repensasse minha postura de professor em sala de aula. Percebi a necessidade de oferecer aos alunos mais do que uma aula convencional, que há diversas maneiras de atribuir significado à Matemática, não só a eles, mas também a mim como educador, por isso gostei muito de compartilhar essa experiência.

Observar o entusiasmo de meus alunos em aprender, e sentirem-se capazes de relacionar a aprendizagem escolar com o mundo fora da sala de aula é muito gratificante para o professor. Mas não podemos esquecer que ensinar não é uma tarefa tão fácil, como imagina a sociedade que cobra muito do educador e, muitas vezes, se ausentando de sua responsabilidade. Não é só o professor que educa e forma um cidadão responsável e pronto para a vida, a família, a sociedade também é responsável. Exigir que os alunos trouxessem o material necessário para a aula, por exemplo, já seria uma boa ajuda dos pais.

Com base nessa experiência vivenciada e nos relatos transcritos dos alunos, ficou evidente o resultado na utilização de materiais concretos para o ensino da trigonometria, e a possibilidade das aulas de matemática serem mais interativas, de forma que os alunos possam participar do processo e tenham acesso aos aspectos práticos do conhecimento.

Os alunos como atores participantes dessa construção, se sentiram estimulados a fazer perguntas, questionamentos e discussões sobre a aplicabilidade do uso na matemática na prática e no seu dia-a-dia.

Enfim, ainda ressalto a extrema importância do professor como mediador facilitador na relação entre professor/aluno/conhecimento para atingir seu objetivo, que é por em prática o que é aprendido em sala de aula, porém há alguns alunos aprendem pelo simples motivo da “obrigação” em aprender a matéria sem ao menos se quer saber onde e como é aplicado aquilo que lhe é ensinado. O material concreto não substitui o professor e sim complementa sua proposta pedagógica e requer planejamento não se resumindo a uma simples atividade espontânea.

Referências

FIorentini, D.; Lorenzato, S. Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. Campinas, SP: 2007. Coleção formação de professores.

FIorentini, D; Miorim, M. A (org.) Por trás da porta, que Matemática acontece? Campinas, SP: Editora Gráfica FE – CEMPEM–PRAPEM – UNICAMP. 2001.

JANUÁRIO, Gilberto. Materiais Manipuláveis: Uma experiência com alunos da Educação de Jovens e Adultos. Disponível em <<http://www.ccet.ufrn.br/matematica/lemufrn/artigos/materiais%20manipuláveis%20com%20da%20EJA.pdf>>. Acesso em 20 de maio de 2011.

MATOS, J.; SERRAZINA, L. Didática da Matemática. s/ed. Lisboa, PT: Universidade Aberta, 1996.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista de Educação Matemática*. Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática: São Paulo, v.9, n.9 e 10, p.1-6, 2004-2005.

SCHNEIDER, L, C. Matemática: o processo de Ensino-Aprendizagem. 2007. Disponível em <<http://www.somatematica.com.br/artigos/a32/>>. Acesso em 12 fev. de 2011.