

TAREFAS INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DE HOMOTETIA UTILIZANDO OS MATERIAS DE DESENHOS GEOMÉTRICOS E O SOFTWARE GEOGEBRA, POR ALUNOS DO 9º ANO DE UMA ESCOLA DA REDE ESTADUAL DE RIO BRANCO – ACRE

INVESTIGATIVE TASKS IN LEARNING HOMOTETY USING GEOMETRIC DESIGN MATERIALS AND THE GEOGEBRA SOFTWARE, BY STUDENTS FROM THE 9TH YEAR OF A SCHOOL FROM THE STATE NETWORK OF RIO BRANCO - ACRE

Sara Jemima Carneiro dos Reis¹
Gilberto Francisco Alves de Melo²

RESUMO: A presente pesquisa teve como objetivo analisar o desenvolvimento da aprendizagem referente à homotetia no Ensino Fundamental II em uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco - Acre. O referencial teórico foi constituído de estudos sobre homotetia, tarefas investigativas, sobre Transformação Geométrica homotetia e materiais manipuláveis e, *Software Geogebra*. Trata-se de um estudo de caso, executado no período de março de 2017 a agosto de 2018, realizado com 30 alunos do 9º ano, desenvolvendo-se tarefas investigativas com a mediação de recursos, utilizando materiais de desenhos geométricos e tecnológicos, em especial o *software Geogebra 5.0*, relacionando estes com os conceitos matemáticos sobre homotetia para potencializar o aprendizado dos(as) alunos(as) - dentre as etapas, destacamos, neste artigo, a que envolveu a aplicação das tarefas investigativas. Os resultados principais foram que apesar das dificuldades com o *software Geogebra*, todos os alunos apresentaram maior adaptação ao desenvolvimento da Homotetia no computador, se comparado com o uso do papel milimetrado e os demais materiais de desenhos geométricos. Objetivando-se incentivar outros professores a ensinar homotetia por meio de materiais de desenhos geométricos e pelo *software Geogebra*, elaboramos, como produto decorrente desse estudo, um livreto didático-pedagógico.

Palavras-chave: Aprendizagem. *Geogebra*. Homotetia. Materiais de desenhos geométrico. Tarefas Investigativas.

ABSTRACT: This research aimed to analyze the development of learning related to homothety in Elementary School II in a State Network School in the city of Rio Branco - Acre. The theoretical framework consisted of studies on homothety, investigative tasks, on Geometric Transformation homothety and manipulable materials and Geogebra Software. This is a case study, carried out from March 2017 to August 2018, carried out with 30 9th grade students, developing investigative tasks with the mediation of resources, using geometric and technological design materials, in particular the Geogebra 5.0 software, relating these to the mathematical concepts about homothety to enhance the students' learning - among the steps, we highlight, in this article, the one that involved the application of investigative tasks. The main results were that despite the difficulties with the Geogebra software, all students showed greater adaptation to the development of Homothety on the computer, compared to the use of graph paper and other materials for geometric designs. Aiming to encourage other teachers to teach homothety through geometric design materials and the Geogebra software, we created, as a result of this study, a didactic-pedagogical booklet.

Keywords: Learning. Geogebra. Homothety. Geometric designs materials. Investigative Tasks.

¹Sara Jemima Carneiro dos Reis, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Acre (UFAC), sarajemimareis@gmail.com

²Gilberto Francisco Alves de Melo, Doutorado Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), gfmelo0032003@yahoo.com.br

INTRODUÇÃO

O domínio dos princípios da geometria tem se mostrado a cada dia mais importante na vida do homem, principalmente, porque possibilita a solução de problemas práticos, podendo ser de muita utilidade na futura vida profissional do adulto. É necessário que o aluno desenvolva a consciência de que a geometria representa uma ferramenta vantajosa no dia a dia e que é preciso conhecê-la. Entretanto, observo, como professora do Ensino Fundamental II, atualmente, que os alunos ao se inserirem no ambiente educacional, já possuem uma opinião formada em sua mente de que o ensino e o aprendizado de geometria seja algo difícil, incompreensível e complexo.

Diante do exposto, propus-me a realizar um levantamento bibliográfico de artigos e teses que abordavam os temas matemáticos em questão, a Homotetia, o *Software Geogebra* e investigações matemáticas aplicadas a alunos do 9º ano em bancos de dados bibliográficos on-line, tais como o “*Scielo*” e o “*Google Acadêmico*”, para a elaboração de um mapeamento das dificuldades encontradas pelos alunos participantes durante a atividade de transformações geométricas com base nas figuras homotéticas.

A falta de apoio didático percebida por mim não parece ser um evento isolado. Chiréia (2013), ao investigar as transformações geométricas e a simetria, observou que esses são assuntos pouco abordados em livros didáticos e paradidáticos do ensino fundamental.

Nesse sentido, os autores Oliveira (2014) e Chiréia (2013) apontam para a necessidade de utilizar os avanços tecnológicos e as novas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) dentro da sala de aula, para que o sistema de ensino não se torne defasado.

Chiréia (2013), na prática cotidiana como professor, constatou que os estudantes apresentam dificuldades na visualização de figuras e na compreensão de propriedades geométricas e, em vista disso, utilizou como método de investigação, o desenvolvimento de atividades que abordam a transformação isométrica no plano, através das coordenadas cartesianas, utilizando, para a construção geométrica, a régua, o compasso e o transferidor. Dentre suas observações, o autor menciona a possibilidade de que em construções e análise de figuras, ferramentas computacionais como softwares gráficos, sejam utilizados, entretanto, instrumentos de construção tradicionais, tais como régua, compasso, entre outros, não devem ser descartados.

Vale ressaltar que o objetivo geral da pesquisa consistiu em descrever o processo de desenvolvimento do ensino-aprendizagem em Homotetia de estudantes do 9º ano de uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco - Acre, por meio de tarefas investigativas desenvolvidas com a mediação de recursos, relacionando os materiais de desenhos geométricos e o *Software Geogebra 5.0* aos conceitos matemáticos sobre Homotetia a fim de potencializar o aprendizado.

O PAPEL DAS TAREFAS INVESTIGATIVAS NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Atualmente, sabe-se que a Matemática é uma ciência formal, responsável pela construção de seus próprios objetos de estudo. Entretanto, essa ciência faz uso de muitas ideias abstratas,

as quais possuem situações empíricas naturais ou sociais (JAVARONI, 2007).

Pereira (2012) investigou o uso do *Software Geogebra* em escolas públicas, mostrando uma nova relação professor-aluno, proporcionando a interação entre eles em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. Nesse contexto, o autor buscou desenvolver uma modelagem Matemática, em que o professor construísse uma nova prática pedagógica ligada às relações cotidianas dos alunos.

Acredita-se que essa modelagem matemática seria de grande importância para a Educação Básica, pois os alunos seriam capazes de formular e resolver problemas, estimulando o raciocínio matemático de modo a proporcionar uma nova relação entre o professor-aluno, sendo que o professor deixaria de ser conhecedor de tudo e passaria a ser um mediador (PEREIRA, 2012).

As novas tecnologias que nos cercam modificam a forma como interagimos e percebemos as coisas, porém, o presente texto versa sobre a contribuição da tecnologia para o ensino de matemática e a necessidade de capacitação dos envolvidos no processo. Além disso, estaria proporcionando uma nova aprendizagem para os alunos com a utilização do *Software Geogebra* na matéria de Geometria.

Camargo (2006), ao investigar sobre tarefas investigativas de matemática com três alunas de 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental, concluiu que elas se envolveram em atividades investigativas de matemática, considerando que essas alunas não estavam habituadas a trabalhar nesse tipo de atividade no componente curricular de Matemática.

Filho (2014), ao analisar uma proposta de ensino de matemática, utilizando materiais concretos e manipuláveis, abordando os assuntos de Homotetia e semelhança de triângulo em duas turmas de uma escola estadual na cidade de Manaus, fez uso de duas técnicas para validar suas hipóteses sobre dois modelos de ministrar o mesmo conteúdo. A primeira consistiu em introduzir o conceito de Homotetia e a outra, apenas, o de semelhança de triângulos, acompanhado de atividades em equipe e individual. Nesse estudo, concluiu que a primeira hipótese está associada à prática docente, que depende dos saberes científicos, dos saberes docentes e dos recursos didáticos utilizados, enquanto a segunda consistiu na intervenção didática, e, para o desenvolvimento da segunda hipótese, sugeriu algumas atividades com materiais concretos e manipuláveis, pois observou que esses contribuem para a construção do conceito de semelhança de triângulos.

O emprego de novas didáticas, com o intuito de melhorar a compreensão e o aprendizado em matemática, fez com que Lima (2016) investigasse um novo método de inserir o uso de tecnologias em atividades/problemas ligados à Homotetia. Visando evidenciar as compreensões constituídas a partir de pressupostos interativos no âmbito de pessoas-com-tecnologia-digitais. Nesse cerne, o autor desenvolveu uma pesquisa com um grupo de professores de matemática de uma Escola Básica do Estado de São Paulo. A investigação abordou o tema Homotetia e tópicos correlacionados. A pesquisa evidenciou que as atividades propostas provocaram reflexões a respeito do tema e que os professores reorganizavam seus pensamentos matemáticos a partir da manipulação das mídias, permitindo, desse modo, o desenvolvimento de discussão sobre Homotetia.

Oliveira (2014), abordando o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's), desenvolveu um estudo no qual buscou desenvolver uma metodologia diferenciada de ensino da geometria com o auxílio do *Software Geogebra*. Essa investigação foi aplicada em uma

turma da 3ª série do ensino médio na Escola Liceu Vila Velha, em Mossoró, no Rio Grande do Norte. Nesse estudo, foram analisadas as opiniões dos alunos sobre o uso das TIC's em sala de aula, especificamente do *Geogebra* como ferramenta de ensino. A investigação demonstrou conclusões positivas relacionadas ao uso do *Software*, sobre as dificuldades encontradas e as perspectivas para sua aplicação futura.

Santos (2014), em seu estudo abordando o uso do *Geogebra* como recurso didático para ensino/aprendizagem, buscou analisar o desenvolvimento, a aplicação e a análise de uma sequência didática destinada à promoção da aprendizagem do esboço de gráficos e de funções que diferem de determinadas funções relacionadas a isometrias e Homotetias. Essa pesquisa foi desenvolvida com estudantes do Ensino Médio do município de Maceió, no Alagoas. O estudo evidenciou que os alunos tiveram um ótimo desempenho no esboço de gráficos de funções que diferem de outras funções de gráficos previamente conhecidos pela composição de isometrias e Homotetias quando utilizado o *Geogebra*.

ENSINO E APRENDIZAGEM DA HOMOTETIA

No ensino fundamental, em especial durante o ano letivo do 9º ano, a geometria é trabalhada durante o quarto bimestre, período que compreende a reta final. Dentre a bibliografia disponível para consulta, foram verificadas as seguintes obras (Quadro 1):

Quadro 1. Livros de matemática analisados

Autor/Ano	Título	Como aborda o tema Homotetia
Joamir Souza Patrícia Moreno Pataro	Vontade de saber matemática, 9º ano. 2015.	O livro não traz em seu sumário o tema Homotetia, contendo o conteúdo de Semelhança. Sendo que, de forma camuflada, apresenta o conteúdo de homotetia na pág. 159 e sem detalhar muito.
Mara Regina Garcia Gay	Projeto Aribabá: Matemática. 2014.	O livro não traz em seu sumário o tema Homotetia, contendo o conteúdo de Semelhança e Relações no Triângulo e em nenhuma página comenta sobre o conteúdo de homotetia.
Luiz Roberto Dante	Projeto Teláris: matemática. 2016.	Apresenta a Homotetia dentro do conteúdo de transformações geométricas. O assunto é abordado de uma maneira mais abrangente em relação ao livro anterior, porém o assunto não se torna tão compreensível.

Edwaldo Bianchini	Matemática Bianchini. 2015.	O livro não traz em seu sumário o tema Homotetia, contendo o conteúdo de Proporcionalidade e Semelhança em Geometria. Sendo que, de forma camuflada, apresenta o conteúdo de homotetia nas págs. 60 e 61, todavia não aborda o assunto de maneira abrangente, deixando muitas dúvidas sobre esse assunto.
-------------------	-----------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: A pesquisadora (2018).

O **Quadro 1** apresenta algumas obras didáticas de matemática disponíveis na escola pública de ensino fundamental II escolhida para o desenvolvimento dessa investigação. Dentre os quatro livros, um não contém o tema Homotetia, dois apresentam o conteúdo de forma camuflada, sendo reduzido à explicação lógica, e um possui o conteúdo a partir de uma explicação mais abrangente em relação aos demais.

O livro “Matemática Bianchini” de autoria e organização do autor Edwaldo Bianchini (2015, p.55) apresenta um pouco mais de uma página e meia sobre o assunto Homotetia, mediante alguns gráficos e imagens com transformações homotéticas. Entretanto, o livro não apresenta exemplos de transformações práticas e o passo a passo de como se obter o resultado final.

A geometria é um assunto que aborda um conteúdo com várias aplicações em nosso cotidiano, se os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental II, disponíveis para os professores e alunos, não ensinam como desenvolver as transformações homotéticas, utilizando material concreto manuseável ou aplicativos, como esses ensinamentos serão repassados corretamente aos alunos?

Essas mesmas lacunas são encontradas nos livros da “Coleção Vontade de Saber – Matemática” do autor Souza (2015, p.26), em que se destaca um tópico denominado “Semelhanças”, que aborda a equivalência de figuras, mas traz o estudo da Homotetia de uma forma oculta, não apresentando o conteúdo em seu sumário.

Ao passo que Dante (2015, p.08) apresenta em sua obra o tópico Homotetia. Entretanto, no livro, o conteúdo é discutido dentro do tópico Transformações Geométricas e citado apenas como outros tipos de transformações.

Observa-se que, os livros didáticos citados acima, constituem um grande problema para o ensino de Homotetia, pois, em sua maioria, a geometria é apresentada como um conjunto de conceitos, propriedades e fórmulas desligadas de quaisquer outras aplicações. Não é incomum o assunto ser apresentado quase sempre na última parte do livro, o que acaba aumentando a probabilidade de a unidade não ser estudada por falta de tempo no plano de aula letivo.

Pouco conhecida pela população, a Homotetia é muito utilizada em equipamentos de uso coletivo no cotidiano, entre as mais simples estão as fotocópias, quando fazemos ampliação ou redução de imagens, a Homotetia consiste na transformação geométrica, que atualmente ficou em segundo plano quando o assunto é relacionado à semelhança de figuras. Entretanto, ela

continua sendo forte aliada para ampliação ou redução de figuras geométricas por não alterar as características principais da imagem original (GONÇALVES, 2018, p.16).

Enquanto docente, acredito que o ensino e a aprendizagem de Homotetia é muito complexo e necessita que o educador tenha domínio do conteúdo, daí a importância de livros didáticos de matemática apresentarem um conteúdo amplo, bem discriminado, para que facilite o entendimento do professor e do aluno, uma vez que grande parte dos alunos das escolas públicas apresentam dificuldades no processo de aprendizagem de matemática, relacionada com a baixa qualidade de ensino adquirido nos anos iniciais.

A Homotetia pode ser ensinada de várias formas, primeiramente através da utilização de recursos manipuláveis de desenho geométrico e por meio de recursos computacionais, como o *Geogebra*. Embora, quando utilizados os recursos manipuláveis (manejo ao utilizar o compasso, régua, transferidor, esquadro e até mesmo o papel milimetrado), os alunos do 9º ano tenham apresentado maior dificuldade durante as transformações homotéticas.

Para que os alunos pudessem superar essas dificuldades em desenvolver Homotetia manual, foram realizadas várias aulas abordando geometria plana, a partir do dia 27 de março a 25 de abril de 2017, em que foram feitas intervenções nos assuntos que dariam base para transformações geométricas - Homotetia.

No período de 02 a 15 de maio de 2017, foi trabalhado o assunto de Homotetia, sendo necessária outra metodologia para que o aluno obtenha o conhecimento necessário. Essa nova metodologia consistiu em apresentação de videoaulas entre os dias 19 a 26 de junho desse mesmo ano. Foram desenvolvidas diversas atividades manuais em grupos, nos quais os alunos puderam trocar experiências, expor suas dúvidas e dificuldades. Em um momento de descontração e de atividade em grupo, foi possível verificar que os alunos não estavam familiarizados com os materiais de desenhos geométricos, de fato, alguns conheciam os materiais de desenhos geométricos, outros não sabiam de que se tratava e apresentaram muitas dificuldades em utilizá-los.

Diante da dificuldade apresentada, constata-se a imprescindibilidade de que o professor participe de formação continuada, principalmente para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem na área de ensino de matemática (BAPTISTA *et al.*, 2014, p.28). Os autores demonstram a necessidade de se propor em sala de aula processos de raciocínio aos estudantes, com o objetivo de criar condições para uma maior compreensão e, assim, contribuir para o seu desenvolvimento.

Ao longo desta investigação, percebi que os alunos apresentaram diversas dificuldades, algumas por falta de observação, outras por não terem o domínio de utilizar os materiais de desenhos geométricos e com a interpretação da atividade proposta. Entretanto, cada um apresentou dificuldades diferenciadas com os recursos manipuláveis de desenho geométrico, como, por exemplo, aprender a desenhar no papel milimetrado, utilizar a régua e compasso corretamente, evitar borrar as figuras desenvolvidas, alinhar os pontos das imagens.

Em contrapartida, para o desenvolvimento das atividades, utilizando computadores e o aplicativo *Geogebra*, é importante que seja realizado um planejamento. Além de observar se há a quantidade necessária de dispositivos disponíveis para o número de alunos, visto que geralmente os laboratórios de informática não contêm a quantidade exata de computadores.

Em síntese, conclui-se que o tema Homotetia ainda é pouco abordado pelos livros didáticos escolares, o que faz com que os professores, muitas vezes, não trabalhem o assunto

em sala de aula. Assim, as atividades investigativas se constituem em ferramentas, as quais podem possibilitar ao professor aprimorar o ensino e a aprendizagem de temas poucos explorados pelos livros.

Logo, fica claro que é de suma importância obter domínio sobre o conteúdo que será desenvolvido em cada sala de aula. Chiréia (2013), em busca de novos métodos de trabalho com geometria e transformações geométricas cotidianas com estudantes que apresentam dificuldades na visualização de figuras e na compreensão de propriedades geométricas, utilizou desses mesmos princípios.

Desse modo, essa pesquisa de abordagem qualitativa e interpretativa focalizou a seleção de tarefas investigativas, que foram implementadas nas aulas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual e, posteriormente, avaliaram-se os raciocínios dos alunos ao se envolverem com as tarefas investigativas sobre Homotetia.

As Transformações Geométricas fazem parte da história. Sabe-se que para trabalhar o ensino de Transformação Geométrica é necessário aprofundar nosso conhecimento teórico sobre esse conteúdo. A inclusão das Transformações Geométricas nos estudos de conceitos geométricos vem sendo enfatizada nas Orientações Curriculares no Brasil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNS) têm desenvolvido grandes mudanças no âmbito do ensino da Matemática, dentre elas a organização de seus conteúdos no Ensino Fundamental em quatro blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação (BRASIL, 2000, p.55).

Entretanto, mesmo com essas mudanças, o que se percebe é que a ausência da geometria na sala de aula tem como resultado, cada vez mais, o escasso conhecimento básico na geometria, sendo que os docentes não recebem um conhecimento amplo e eficaz em sua formação no conteúdo de geometria, tornando-os despreparados.

Com a omissão da geométrica, principalmente nas escolas públicas, os alunos apresentam dificuldades em lidar com as figuras geométricas e suas representações. Nessa lógica, Pavanello (1993) afirma que:

Problemas ainda maiores surgem com a proposição de programas nos quais a geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer enfoque (PAVANELLO, 1993, p.13).

As transformações geométricas no plano apresentam-se como uma aplicação bijetora³ entre duas figuras geométricas, no mesmo plano ou em planos diferentes, de modo que, a figura original forma outra geometricamente igual ou semelhante à primeira. As figuras homotéticas são colocadas a uma distância igual a “algo”. Máquinas copiadoras que fazem ampliações ou reduções geralmente utilizam a homotetia como princípio de seu funcionamento.

A Homotetia consiste em um tipo de transformação geométrica que altera o tamanho de uma figura, mas mantém as características principais, como a forma e os ângulos, abrangendo o paralelismo e a razão entre segmentos correspondentes, permitindo proporcionar uma noção

³ Uma aplicação bijetora consiste em uma aplicação que é injetora e sobrejetora ao mesmo tempo. Devido esta aplicação apresentar duas funções ao mesmo tempo, recebe essa denominação.

de congruência e semelhança, sendo que, a partir dela, todas as outras semelhanças podem ser construídas (BARROSO, 2015).

Uma Homotetia é definida por um centro fixado no plano e por uma razão, representado pela letra K , cada ponto corresponde a um ponto', esta correspondência estabelecida entre os pontos é biunívoca. A imagem de um ponto dá o nome de homotético, por exemplo, o ponto D' é homotético do ponto D (BENTO, 2010). A razão K sempre será um número real, ou seja, $k \neq 0$. Se $k > 1$, a imagem é maior que o objeto e a Homotetia é uma ampliação, também denominada como Homotetia positiva e direta e, se, $k < 1$, a imagem é menor que o objeto e a Homotetia é uma redução e inversa, também denominada como Homotetia negativa (FILHO, 2014).

Numa Homotetia, o ponto, o homotético e o centro de Homotetia são colineares, por pertencer à mesma reta. Duas figuras homotéticas são sempre semelhantes, mas nem sempre duas figuras semelhantes são homotéticas (BARROSO, 2015). A posição do centro da Homotetia indica se é uma Homotetia direta ou inversa. A Homotetia é direta quando o centro é exterior ao segmento que une os pontos, sendo que a razão é positiva. A Homotetia é inversa quando o centro é interior ao segmento que une os pontos, sendo que a razão é negativa (BENTO, 2010).

MATERIAIS E MÉTODOS

Essa investigação foi aplicada sob uma perspectiva de abordagem da pesquisa qualitativa e interpretativa, na modalidade de Estudo de Caso de (30) trinta alunos matriculados no 9º ano, de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental II, localizada no Município de Rio Branco, no Estado do Acre.

Deve-se destacar que o estudo foi desenvolvido durante o período de março de 2017 a agosto de 2018. Na realização dessa pesquisa, foi adotada uma metodologia de abordagem qualitativa, preocupando-se com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes. Esse agrupamento de fenômenos humanos é entendido aqui como parte da realidade social, pois o ser humano se distingue não só por agir, mas por pensar sobre o que faz e por interpretar suas ações dentro e a partir da realidade vivida e partilhada com seus semelhantes (DESLANDES *et al.*, 2007).

Nesse contexto, essa investigação tem uma abordagem qualitativa e faz uso do emprego de aulas teóricas, videoaulas, práticas com materiais de desenhos geométricos e aulas, utilizando o *software Geogebra*, realizados em sala de aula e no laboratório de informática do Instituto de Matemática e Ciência e Filosofia do Acre.

A escolha do Estudo de Caso se deve, de um lado, à possibilidade de o fenômeno estudado ser amplo e complexo e não poder ser estudado fora do contexto no qual ocorre naturalmente. Além de ser compatível com a nossa questão e objetivos de pesquisa.

Para Ponte (2006), em Educação Matemática, os estudos de casos são utilizados para investigar questões de aprendizagem dos alunos, bem como as do conhecimento e das práticas profissionais. Desse modo, o objetivo principal desse tipo de investigação é promover uma melhor compreensão de uma determinada situação, em especial, como ela se desenvolveu e em que contexto se caracterizou, buscando identificar elementos exteriores a essa situação.

Diante disso, esse estudo optou pela utilização de Estudo de Caso para analisar o

conhecimento matemático dos alunos, aprofundar seus saberes com foco nas transformações geométricas, manipulação dos materiais de desenhos geométricos e utilização do *Software Geogebra*.

O local de construção de dados se constituiu em dois ambientes: a) sala de aula da escola, b) laboratório de informática do Instituto de Matemática e Ciência e Filosofia do Acre para aula prática, utilizando o *Software Geogebra*.

As aulas teóricas, expositivas e práticas do ensino, foram realizadas durante 27 horas/aula, as quais foram iniciadas em 27 de março de 2017, estendendo-se até 06 de agosto de 2018, sendo distribuídas em 27 aulas de 60 minutos, no turno da tarde, com 30 alunos do 9º ano, de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental II, localizada em Rio Branco - AC. Esses alunos realizaram as atividades com empenho e tornando produtivo o processo de ensino.

Os critérios utilizados para a escolha dos alunos para participar da atividade investigativa foram: alunos devidamente matriculados de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental II; cursando o 9º ano, na turma A, e que os pais tenham preenchido corretamente o Termo de Autorização. Faz-se importante ressaltar que o não atendimento a esses critérios resultou automaticamente na exclusão dos sujeitos. Para a identificação dos sujeitos foi utilizada a forma alfabética (A1, A2, A3... A30), cuja letra significa Aluno e o numeral indica a sequência do aluno de acordo com a realização da atividade proposta na investigação.

As aulas ocorreram dentro da sala de aula em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental II e na sala de informática do Instituto de Matemática, Ciências e Filosofia do Acre, entre os dias 27 de março de 2017 e 06 de agosto de 2018. Houve essa necessidade de utilizar a sala de informática do Instituto de Matemática, Ciências e Filosofia do Acre porque o da escola não estava em condições de uso. Além disso, o Instituto possui professores que trabalham no laboratório e são responsáveis pelas instalações de programas, auxiliando professores e alunos. Os alunos foram divididos em dois grupos, pois não havia computadores suficientes para todos. O primeiro grupo teve aulas durante quatro dias e o outro nos quatro dias seguintes. As aulas foram ministradas pela pesquisadora.

TRABALHO DE CAMPO

Parte I - Consistiu no desenvolvimento de atividades com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental II como descrito a seguir, com foco nas etapas 4 e 6:

Etapa 4: Aula Prática com os Materiais de Desenhos Geométricos – 03/07/2017 a 24/07/2017.

Este momento foi o mais complicado, pois os alunos conheciam os materiais de desenhos geométricos, porém tiveram muitas dificuldades em utilizá-los, sendo necessário auxiliar no manuseio. Como eles precisavam desenhar polígonos regulares, não tinham noção de que precisavam iniciar o segmento de reta no ponto zero da régua. Obtinham o conhecimento sobre os polígonos regulares e seus elementos, mas não tinham nenhuma habilidade em desenhá-los. Depois de todo esse processo, os alunos conseguiram utilizar de forma correta os materiais de desenhos geométricos e por ter sido uma aula diferenciada, estimulou e incentivou a prática de desenhar e fazer a transformação geométrica - homotetia. Essa etapa iniciou no dia 03/07/2017

e terminou no dia 24/07/2017, sendo 01 aula por semana, de 60 minutos cada, totalizando 04 aulas.

Etapa 6: Aula utilizando as Tarefas Investigativas – 09/07/2018 a 06/08/2018.

Retomei as Tarefas Investigativas, porque não tinha trabalhado da forma correta e precisei fazer uma intervenção no conteúdo devido ter passado muito tempo sem estudarmos sobre as transformações geométricas – Homotetia. E percebi que meus alunos já estavam aptos, animados e interessados para fazer as atividades de cunho investigativo, pois eles gostaram de aprender o assunto de uma forma criativa, divertida, onde eram o centro da atenção.

Não habituados com algumas perguntas de cunho investigativos, eles tiveram dificuldades em responder. Como o trabalho foi feito em grupo, cada um dava a sua opinião e eles, entre si, discutiam sobre as atividades propostas. Em relação a algumas palavras desconhecidas que são utilizadas na matemática, eles reportavam a mim para tirar suas dúvidas. Nesse momento, foram resolvidas as atividades com os materiais de desenhos geométricos e o *Software Geogebra*. Essa etapa iniciou-se no dia 09/07/2018 e terminou no dia 06/08/2018, sendo 01 aula por semana, de 60 minutos cada, totalizando 05 aulas.

ANÁLISE DAS INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS SOBRE HOMOTETIA

Nesta pesquisa, buscou-se analisar o desenvolvimento da aprendizagem de Homotetia dos(as) alunos(as) do 9º ano de uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, no Acre, através das tarefas investigativas desenvolvidas com a mediação de recursos, sendo os materiais de desenhos geométricos e tecnológicos o *Software Geogebra 5.0*, relacionando com os conceitos matemáticos sobre homotetia para potencializar o aprendizado dos (as) alunos do 9º ano.

Posteriormente, veio a prática com os materiais de desenhos geométricos e o *software Geogebra*, sendo que se precisou fazer uma intervenção nos assuntos da geometria plana para dar início no assunto da pesquisa. Nas aulas, os alunos trabalharam com alguns conceitos como: ponto, reta, segmento de reta, semirreta, bissetriz, polígonos, polígonos regulares, ângulos, mediana, mediatriz, diagonais dos polígonos, semelhança de figuras poligonais, transformação geométrica – Homotetia, geometria dinâmica – *Software Geogebra*, com polígonos regulares, conforme as sequências didáticas.

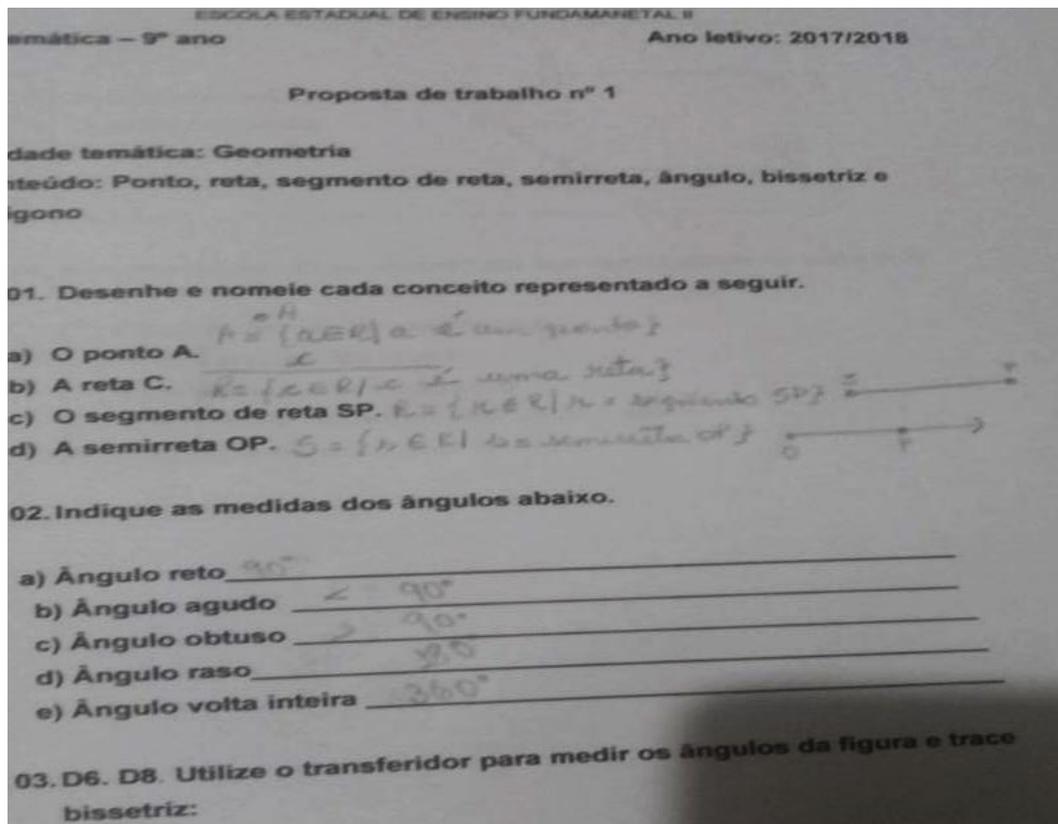
No primeiro momento, foram realizadas algumas perguntas oralmente para sondar o conhecimento dos alunos sobre conteúdos básicos da geometria plana, tais como: qual a diferença entre reta, segmento de reta e semirreta? Vocês conhecem algum tipo de ângulo? O que seria uma bissetriz? O que é polígono?

Os alunos tiveram dificuldades em responder algumas perguntas, sempre com as mesmas respostas: não sei ou não me lembro. A pergunta sobre o ângulo obteve resposta, porém eles lembravam apenas das medidas dos ângulos, menos sua nomenclatura. As medidas dos ângulos mais comentadas nesse primeiro momento foram 90°, 180° e 360°.

Nos próximos momentos, houve a aula expositiva, com objetivo de relembrar e ensinar alguns conteúdos que seriam necessários aprender para aplicar na transformação geométrica – Homotetia.

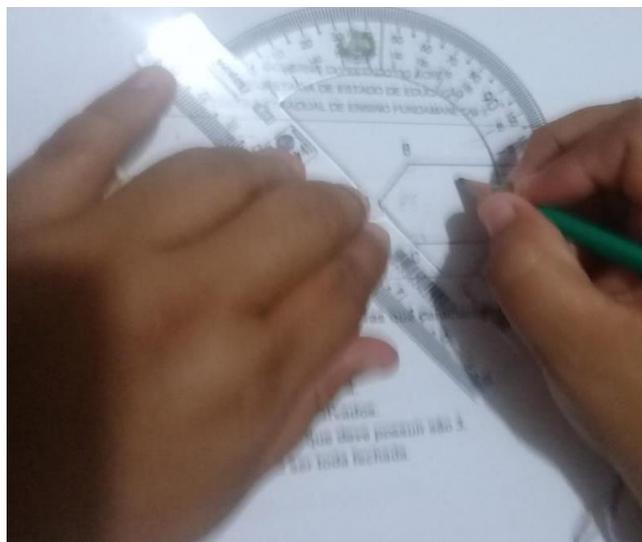
Na sequência, os alunos realizaram atividades de acordo com o tema proposto. Após a aula expositiva dada, os alunos tiveram 20 minutos para responder a atividade proposta, devido à dificuldade de utilizar os materiais de desenhos geométricos que, posteriormente, seria corrigida. Na Figura 1, abaixo, podemos ver a atividade respondida pelo aluno A1.

Figura 1. Atividade proposta



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora.

Figura 2. Atividade investigativa referente à resolução da questão 03 pelo aluno A1.



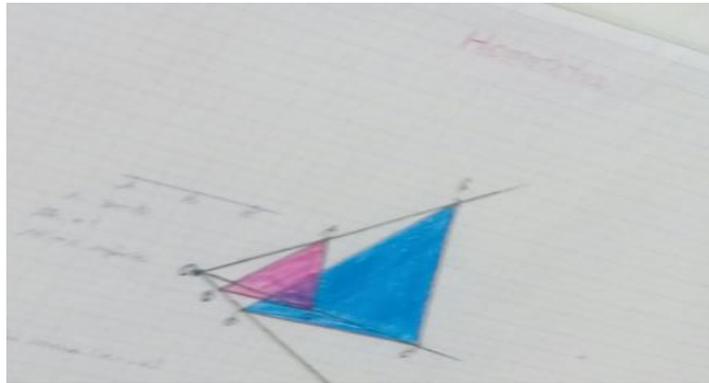
Fonte: Resposta (A1, 2018).

Alguns alunos responderam assertivamente a primeira questão, sendo que outros alunos não souberam nomear, apenas desenharam.

Posteriormente, comecei a trabalhar com o assunto de Homotetia. Os alunos não tinham noção de como fariam para aplicar esse tipo de transformação geométrica, mas já tinham escutado sobre esse assunto, sabiam que é um tipo de transformação geométrica, devido à avaliação diagnóstica que foi aplicada a eles no início do ano letivo e, porventura, mencionei sobre o descritor 7 e até mesmo fiz a correção da questão sem entrar em muitos detalhes, porque queria deixar para este momento.

Depois de apresentar todo conteúdo, tentando ensinar, sanar e aproximar os alunos à geometria, principalmente em transformação geométrica – Homotetia. Foi dada uma atividade impressa para eles executarem, juntamente com os materiais de desenhos geométricos. Na primeira questão, foi pedido para criarem um polígono regular e para ampliá-lo.

Figura 3. Aluno A12, analisando para medir da forma correta.



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora.

Aluno A5: Professora, pude notar que a distância do ponto central ao vértice do polígono regular original tem a mesma distância do vértice do polígono original ao vértice do polígono homotético.

Aluno A8: Não percebi isso, porque estava focado nos ângulos.

Prof.^a: Você ainda tinha dúvidas em relação aos ângulos?

Aluno A8: Dúvidas não, mas precisei fazer para ter certeza.

Prof.^a: E qual foi a sua certeza?

Aluno A8: Que seus ângulos não se alteram, mesmo aumentando a figura.

Aluno A1: O comprimento dos lados dos polígonos se altera.

Aluno A2: Claro que vai alterar, pois eles ampliam.

Prof.^a: Que relação se pode estabelecer para afirmar que é um polígono regular homotético?

Aluno A25: Porque existe um ponto central, a razão e um polígono original.

Aluno O: E mantém a forma do polígono, mesmo ampliando ele (polígono).

Aluno A6: Os comprimentos dos seus lados aumentam, mas são sempre os mesmos comprimentos, pois são polígonos regulares.

Aluno A23: Ângulos não se alteram.

Aluno A14: Os polígonos regulares homotéticos, tem que ter as retas para poder

encontrá-los.

Prof.^a: Por que todo polígono homotético é semelhante? E todo polígono semelhante não é homotético?

Aluno A13: Na semelhança a gente amplia e reduz o polígono.

Prof.^a: E na homotetia, não fazemos esse procedimento?

Aluno A11: Fazemos sim.

Aluno A28: Só que tem um ponto central e uma razão.

Aluno A16: Coisa que na semelhança não temos.

Aluno A10: É verdade, lá só amplia e reduz, não vi nem traçar retas.

Prof.^a: Muito bem!

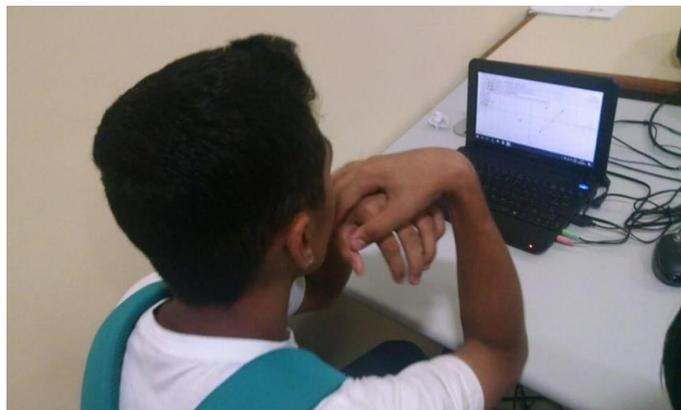
Utilizando o que foi feito nas aulas anteriores, apresentei o *Software Geogebra*, para fazer os mesmos procedimentos, os quais foram feitos nas aulas 11^a, 12^a, 13^a e 14^a e consistiu na ampliação dos polígonos regulares com razão 2, tanto na forma direta e quanto na inversa.

Primeiramente, apresentei o *Geogebra* para os alunos através de slides, mostrando os recursos disponíveis que seriam utilizados para fazer polígono regular homotético. Eles observaram todas as funções que iríamos trabalhar, como eles já tinham facilidades na área tecnológica não houve muita dificuldade em compreender, pois o anseio deles era já utilizar o *Software Geogebra*.

Depois de uma explicação clara e objetiva, levei-os para o laboratório de informática do Instituto de Matemática, Ciência e Filosofia do Acre para acessar o *Geogebra*. Chegando, os *netbooks* já estavam prontos para serem utilizados e o *Software* instalado. Os alunos ficaram admirados, pois alegaram que ninguém utilizou esses tipos de recursos tecnológicos em aulas de matemática.

Juntos fomos manuseando o *Software Geogebra*, colocando a malha quadriculada, inserindo pontos, polígonos, retas e assim por diante, quando eles se familiarizaram, realizamos a mesma atividade que havíamos feito com os materiais de desenhos geométricos no *Geogebra*. Neste momento, houve algumas modificações em relação aos elementos para construir os polígonos, como por exemplo: segmento com comprimento fixo, controle deslizante e como movimentar os polígonos regulares (vide anexo 6). E essas aulas foram ministradas no Instituto de Matemática, Ciências e Filosofia, aplicada para 15 anos e, posteriormente, para os 15 alunos restantes.

Figura 4. Aluno no laboratório do Instituto de Matemática, Ciência e Filosofia.



Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora.

Em toda aula ministrada, geram-se sempre opiniões, discussão e debates, portanto, houve comentários sobre as aulas.

Aluno A24: Professora, no *Geogebra* se torna mais fácil, porque basta clicar que aparece o polígono regular, o ponto e etc. Claro, temos que preencher as janelas que abrem, porém se torna bem mais fácil.

Prof.^a: Se eu não tivesse utilizado os outros métodos de ensinar o conteúdo, você iria saber manusear e fazer a homotetia no *Geogebra*?

Aluno A4: Não, pois tudo ajudou para facilitar.

Aluno A1: É verdade. Não iremos ter noção do que iríamos fazer.

Aluno A8: Um método complementa o outro.

Aluno A2: Realmente, tornou-se fácil porque tínhamos visto anteriormente, então, já temos noção.

Aluno A23: Mas, não troco o *Geogebra* pelos materiais de desenhos geométricos.

Em relação à utilização do *Software Geogebra*, todos os alunos se agradaram, não tiveram tantas dificuldades, apenas na hora de manusear o mouse, eles não tinham esse domínio.

Prof.^a: Conseguiram fazer a figura homotética?

Aluno A3: Já mesmo.

Prof.^a: O que aconteceu logo após de criado a figura homotética?

Aluno A10: Continuou do mesmo formato e ampliou, sendo que alterou só o tamanho da figura.

Prof.^a: Se movimentar os vértices dos polígonos no *Geogebra*, o que acontece?

Aluno A4: Pode-se notar que o tamanho dos lados se modifica, pois, movimentando o polígono original, clicando nessa bolinha azul, ou ele diminui ou aumenta, por isso existe a modificação.

Prof.^a: Qual relação tem entre as medidas dos lados do polígono original e do homotético?

Aluno A1: Que quando aumentam ou diminuem o lado do polígono regular original, automaticamente vai aumentar ou diminuir o lado do polígono regular homotético.

Prof.^a: O que te permite afirmar que esses polígonos regulares são semelhantes, tanto na ampliação direta e inversa?

Aluno A14: Eles têm a mesma forma e os mesmos ângulos.

Prof.^a: Em relação ao controle deslizante, o que tens a dizer?

Aluno A16: Que precisa ser feito primeiro o controle deslizante.

Aluno A24: Depois colocamos o nome e o intervalo.

Aluno A7: E quando formos colocar o fator que é a razão da Homotetia, colocamos o mesmo nome do controle deslizante.

Aluno A18: O mais engraçado que muda o nome de razão para fator, mas tudo é a mesma coisa.

Aluno A1: Se não for dessa maneira não vai movimentar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de novas tecnologias se encontra presente em diferentes ambientes e situações cotidianas, seja em um ambiente domiciliar, escolar ou empresarial. Os docentes, em sua

condição de educadores, devem estar atentos ao novo e se adaptar às mudanças, em especial, ao que se refere à utilização de avanços tecnológicos a favor do ensino-aprendizado.

O presente estudo utilizou o princípio de que o uso de tarefas investigativas e tecnológicas podem potencializar o processo de aprendizado, propõe-se, ainda, a responder a seguinte questão: Como as tarefas investigativas, desenvolvidas com a mediação de recursos com materiais de desenhos geométricos e tecnológicos, como o *software Geogebra*, potencializam o processo de aprendizagem de estudantes de uma Escola da Rede Estadual do município de Rio Branco, no Acre?

Ao longo desse estudo, observou-se que os estudantes apresentaram inúmeras dificuldades com o manuseio de materiais para o desenvolvimento de desenhos geométricos manuais, por outro lado, após a explicação e orientação de um mediador, conseguiram trabalhar de forma correta e utilizar o *Software Geogebra* realizando as atividades solicitadas. Tal fato pode estar relacionado à prática de utilizar tecnologias computacionais.

Os resultados obtidos demonstram que o sucesso de uma investigação depende da proposta do docente e do ambiente de aprendizado criado em sala de aula. Além do que, para que o estudante se sinta capaz para concluir o que lhe foi proposto, faz-se necessário tempo para que ele possa analisar as questões, refletir, discutir ideias com os outros alunos e com o próprio professor, sem que seja discriminado ou que suas ideias sejam descartadas.

Desse modo, pode-se inferir que os estudantes, em sua grande maioria, apresentam grande dificuldade no que se refere à manipulação de materiais geométricos. Tal fato pode estar associado ao fácil acesso a ferramentas, como computadores, calculadoras, *tablets*, *smartphones*, dentre outros aparelhos eletrônicos que possuem acesso à *internet* e a aplicativos que facilitam o desenvolvimento de tarefas diárias, onde não se necessita do manuseio de materiais de desenhos geométricos ou cálculos como desenvolvidos nesta pesquisa.

Conforme descrito na sessão intitulada Análise das Investigações Matemáticas Sobre Homotetia com os materiais de desenho geométricos e o *Software Geogebra*, os estudantes que participaram das aulas teóricas e práticas somente apresentaram dificuldades quando solicitada a execução das atividades investigativas utilizando os materiais de desenhos geométricos, porque não estavam habituados em utilizar os materiais e após a prática nas atividades propostas começaram a utilizá-los de forma correta. Por outro lado, quando lhes foi solicitada a mesma tarefa utilizando o *Software Geogebra*, a dificuldade inicial consistiu por alguns instantes enquanto eles se adaptavam com a *interface* do aplicativo. Após a ambientação, todos os apresentaram maior adaptação ao desenvolvimento da Homotetia no computador, se comparado com o uso do papel milimetrado e os demais materiais de desenhos geométrico.

REFERÊNCIAS

BAPTISTA, M.; PONTE, J. P. da; VELEZ, I.; COSTA, E. Aprendizagens profissionais de professores dos primeiros anos participantes num estudo de aula. **Educação em Revista**. Belo Horizonte.v.30 n.04 p. 61-79, 2014.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini**. 8. Ed. São Paulo: Moderna, 2015.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 2ª ed. Rio de Janeiro: DP e A, 2000.

CAMARGO, R. P. **Tarefas investigativas de matemática: uma análise de três alunas de 8ª série do ensino fundamental**, Curitiba. 2006. 128f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná: Curitiba, 2006.

CHIRÉIA, J. V. **Transformações geométricas e a simetria: uma proposta para o ensino médio**. 2013. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2013.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: matemática ensino fundamental**. 2 ed., São Paulo: Ática, 2015.

DESLANDES, S. F. et al. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

FILHO, E. S. **Homotetia e semelhanças de Triângulos: Uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis**. 2014. 64f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Amazonas. Manaus: AM, 2014.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. 2007. 231 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007.

LIMA, N. S. M. de. **Investigações em Geometria plana com Interface Digitais: Um estudo sobre Homotetia**. 2016. 118f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2016.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, v. 1, n. 1, 1993.

PEREIRA, T. L. M. **O uso do software Geogebra em uma escola pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio**, Juiz de Fora. 2012. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora: Minas Gerais, 2012.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SANTOS, A. G. dos. **O Geogebra como recurso didático para a aprendizagem do esboço de gráficos de funções que diferem de outras por uma composição de isometrias ou homotetias**. 2014. 106 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas: Maceió, 2014.

SOUZA, J. R. de. **Vontade de saber matemática, 9º ano**. 3. Ed. – São Paulo: FTD, 2015.